

常微分方程式 まとめ問題

この問題は、サイエンス社『微分方程式概説 [新訂版]』（岩崎，楳田）の確認問題です。以下の問題だけで、この本の微分方程式の内容すべてが網羅できるようになっています。

解説を割と詳しく書いたつもりなので、この本以外で微分方程式を勉強した方も、よい演習問題になると思います。ただ、「微分方程式，今日から勉強します！」といった初心者は、上の本をまずは一通り読むことをおすすめします。

答えのみでよい。

[1] 以下の問いに答えよ。

[A] 一階微分方程式 $y' + f(t)y = r(t)$ は一般に解ける。一般解を求めよ。

[B] 次の微分方程式を解け。

(1) $y' - ay = \sin t$ (a は定数)

[教科書 P.23(6)]

(2) $y' - 2y = 2te^{2t}$, $y(1) = 0$

[教科書 P.9]

(3) $y' - 2y = 2e^{2t}$

[教科書 P.25]

(4) $y' - y = e^{2t} - 2\sin t$, $y(0) = 1$

[教科書 P.27]

(5) $y' + \frac{y}{t} = e^t$

[教科書 P.16(2)]

(6) $y' - y \cos t = \frac{1}{2} \sin 2t$, $y(\pi) = 0$

[教科書 P.16(2)]

(7) $y' = 2xy(1+y)$, $y(0) = -\frac{1}{2}$

[教科書 P.33(2)]

(8) $xy' = x + 2y$

[教科書 P.36(3)]

(9) $y' = (y^2 - 1) \cos 2x$

[教科書 P.33(3)]

(10) $y' = (2x + y)^2 - 1$

[教科書 P.38(1)]

(11) $y' + y = y^3 \cos x$

[教科書 P.38(2)]

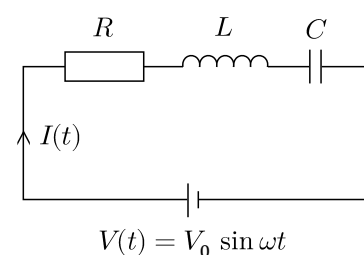
[2] 以下の問いに答えよ。

[A] 右図の RLC 直列回路について、以下の問いに答えよ。

(1) 回路の式をかけ。

(2) $t = 0$ のとき、回路のスイッチを入れた。定常状態 ($t \gg 1$) のとき回路に流れる電流 $I(t)$ は、方程式の特解 $I_p(t)$ に等しいことを示せ。

(3) 特解 $I_p(t)$ ，インピーダンス $|Z|$ を求めよ。



[B] 初期条件 $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ として、次の微分方程式を解け。

(1) $y'' + y' + \frac{25}{2}y = 0$

(2) $y'' - 2y' - 3y = e^{-t}$

(3) $y'' - 2y' + y = e^t$

(4) $y'' - 2y' - 3y = e^t \sin t$

(5) $y'' - 2y' + 3y = e^t \sin \sqrt{2}t$

(6) $y'' - 4y' + 8y = 8t^2$

(7) $y'' + y' = t^2$